B1	B2	B3	B4	B5	B6
865	7	-1,5	10	117600	11
B7	**B8**	**B9**	**B10**	**B11**	**B12**
1,5	25	40	3520	5	75

C1 Решите систему

$$\begin{cases} \sin x - \sin y = 1, \\ \sin^2 x + \cos^2 y = 1. \end{cases}$$

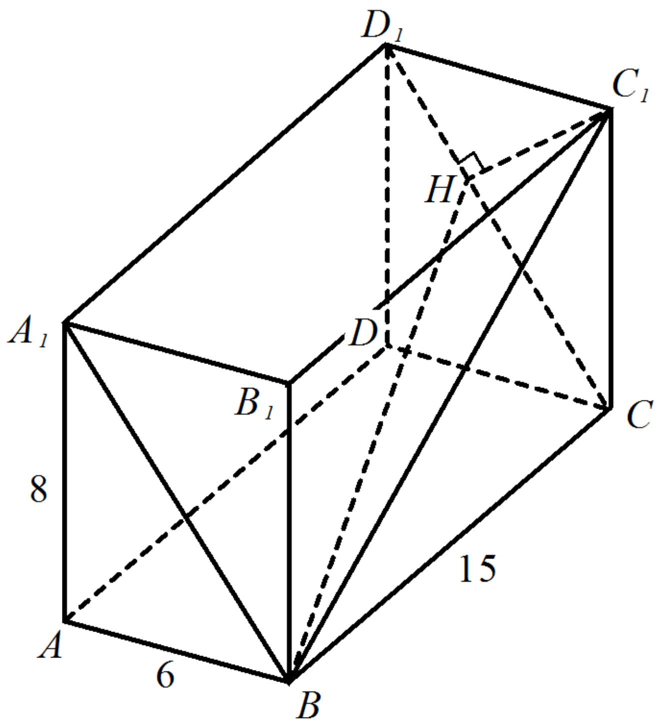
Из второго уравнения находим: $\sin^2 x - \sin^2 y = 0$. Учитывая, что $\sin x - \sin y = 1$, получаем систему:

$$\begin{cases} \sin x - \sin y = 1, \\ \sin x + \sin y = 0; \end{cases} \begin{cases} 2\sin x = 1, \\ 2\sin y = -1. \end{cases}$$

Ответ: $((-1)^n \dfrac{\pi}{6} + n\pi;\ (-1)^{k+1} \dfrac{\pi}{6} + k\pi),\ n \in Z, k \in Z$.

C2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью A_1BC и прямой BC_1, если $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

Сечение плоскостью A_1BC есть прямоугольник A_1BCD_1.



Из точки C_1 проведем перпендикуляр C_1H к CD_1. BH – проекция BC_1 на плоскость A_1BC. Значит, нужно найти угол C_1BH.

В прямоугольном треугольнике D_1C_1C находим: $C_1H = \dfrac{D_1C_1 \cdot C_1C}{D_1C} = \dfrac{24}{5}$.

В прямоугольном треугольнике BCC_1 находим: $BC_1 = 17$.

В прямоугольном треугольнике C_1HB находим: $\sin B = \dfrac{C_1H}{BC_1} = \dfrac{24}{85}$.

Ответ: $\arcsin\dfrac{24}{85}$.

C3 Решите неравенство $\log_2(x^2-4) - 3\log_2\dfrac{x+2}{x-2} > 2$.

Из неравенства следует, что либо $x > 2$, либо $x < -2$.

Если $x > 2$, то неравенство принимает вид $\log_2(x+2) - 2\log_2(x-2) < -1$;

$\log_2 2(x+2) < \log_2(x-2)^2$;

$2x+4 < (x-2)^2$;

$x^2 - 6x > 0$;

$x(x-6) > 0$.

Учитывая, что $x > 2$, получаем: $x > 6$.

Если $x < -2$, то неравенство принимает вид $\log_2(-x-2) - 2\log_2(2-x) < -1$;

$\log_2 2(-x-2) < \log_2(2-x)^2$;

$-2x-4 < (2-x)^2$;

$x^2 - 2x + 8 > 0$.

Полученное неравенство выполняется при всех x.

Ответ: $x < -2$ или $x > 6$.

C4 В треугольнике ABC проведены биссектрисы AD и CE. Найдите длину отрезка DE, если $AC = 6$, $AE = 2$, $CD = 3$.

Обозначим $BD = y$, $BE = z$. Тогда по свойству биссектрисы: $\dfrac{3+y}{6} = \dfrac{z}{2}$ и $\dfrac{z+2}{6} = \dfrac{y}{3}$, откуда $\begin{cases} y+3 = 3z, \\ z+2 = 2y; \end{cases}$ $z = 1{,}6;\ y = 1{,}8$,

$AB = 3{,}6,\ BC = 4{,}8$.

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB \cdot BC} = \frac{3{,}6^2 + 4{,}8^2 - 6^2}{2 \cdot 3{,}6 \cdot 4{,}8} = 0.$$ Значит, $\angle B = 90^\circ$.

Тогда $ED^2 = y^2 + z^2 = 1{,}6^2 + 1{,}8^2 = 5{,}8$.

Ответ: $\sqrt{5{,}8}$.

C5 Найдите все значения a, при каждом из которых график функции
$$f(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3| - a$$
пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

Рассмотрим вспомогательную функцию $g(x) = x^2 - |x^2 + 2x - 3|$.

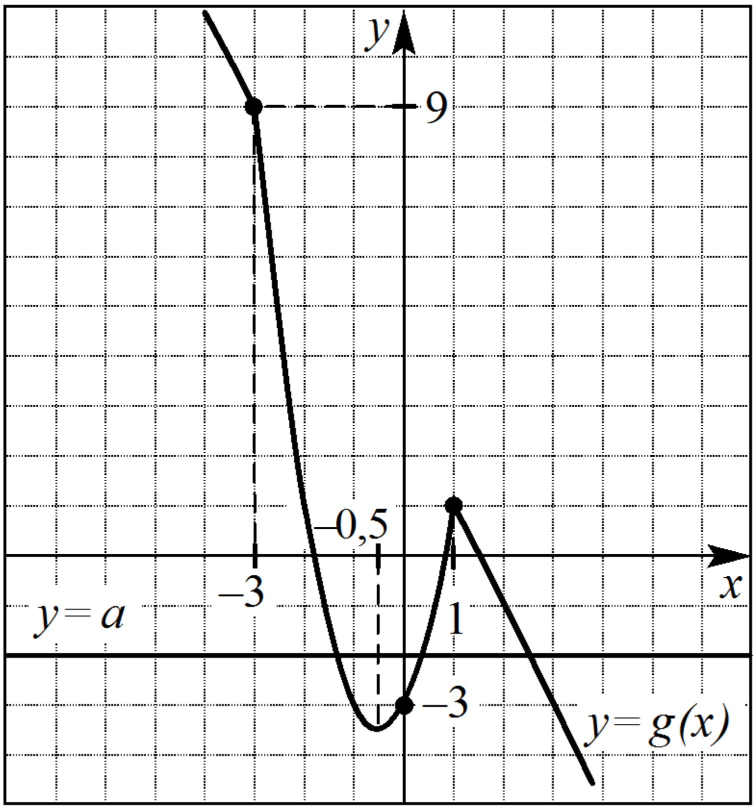


График функции $f(x)$ пересекает ось абсцисс в трех или более точках, если уравнение $g(x) = a$ имеет более двух различных корней.

Если $x \le -3$ или $x \ge 1$, то $|x^2 + 2x - 3| = x^2 + 2x - 3$, и $g(x) = -2x + 3$.

Если $-3 < x < 1$, то $|x^2 + 2x - 3| = -x^2 - 2x + 3$, и $g(x) = 2x^2 + 2x - 3$.

График функции $g(x)$ состоит из двух лучей и дуги параболы. На рисунке видно, что уравнение $g(x) = a$ имеет более двух корней, только если $g(-\frac{1}{2}) < a < g(1)$.

$g(-\frac{1}{2})=-3{,}5;\ g(1)=1.$

Ответ: $-3{,}5<a<1.$

С6 Найдите все пары натуральных чисел m и n, являющиеся решениями уравнения $3^n-2^m=1$.

Пусть n – четное число $n=2k$. Тогда $2^m=3^{2k}-1=(3^k-1)(3^k+1)$. Правая часть – произведение двух последовательных четных чисел, каждое из которых является степенью числа 2. Значит, $3^k-1=2$ и $3^k+1=4$, откуда $k=1$, и $n=2$. При этом $2^m=8$, следовательно, $m=3$.

Пусть теперь n – нечетное число. Все нечетные степени тройки $(3,27,243,...)$ делятся на 4 с остатком 3. Значит, 3^n-1 делится на 4 с остатком 2. Из равенства $2^m=3^n-1$ получаем, что в этом случае $m=1$ (если $m\geq 2$, то 2^m делится на 4 без остатка). При этом $3^n-1=2$, откуда $n=1$.

Ответ: $m=3,\ n=2$ или $m=n=1$.